

Transformationen von Funktionsgraphen

Klasse 11

2026-08-19

Grundidee

Aus einer Grundfunktion f entsteht durch **Transformation** die Funktion

$$g(x) = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$$

Parameter	Wirkung	Merkhilfe
d	Verschiebung in y -Richtung ($d > 0$: nach oben)	wirkt „wie erwartet“
c	Verschiebung in x -Richtung ($c > 0$: nach rechts)	wirkt „umgekehrt“
a	Streckung in y -Richtung; $a < 0$: Spiegelung an der x -Achse	$ a > 1$ steiler
b	Streckung in x -Richtung mit Faktor $\frac{1}{b}$; $b < 0$: Spiegelung an der y -Achse	$ b > 1$ schmaler

Reihenfolge beim Ausführen: erst innen (b , dann c), danach außen (a , dann d).

Wichtig: In $f(b(x - c))$ muss b **ausgeklammert** sein. Aus $f(2x - 6)$ wird erst durch Umformen $f(2(x - 3))$ sichtbar, dass um 3 (nicht um 6) nach rechts verschoben wird.

Aufgaben

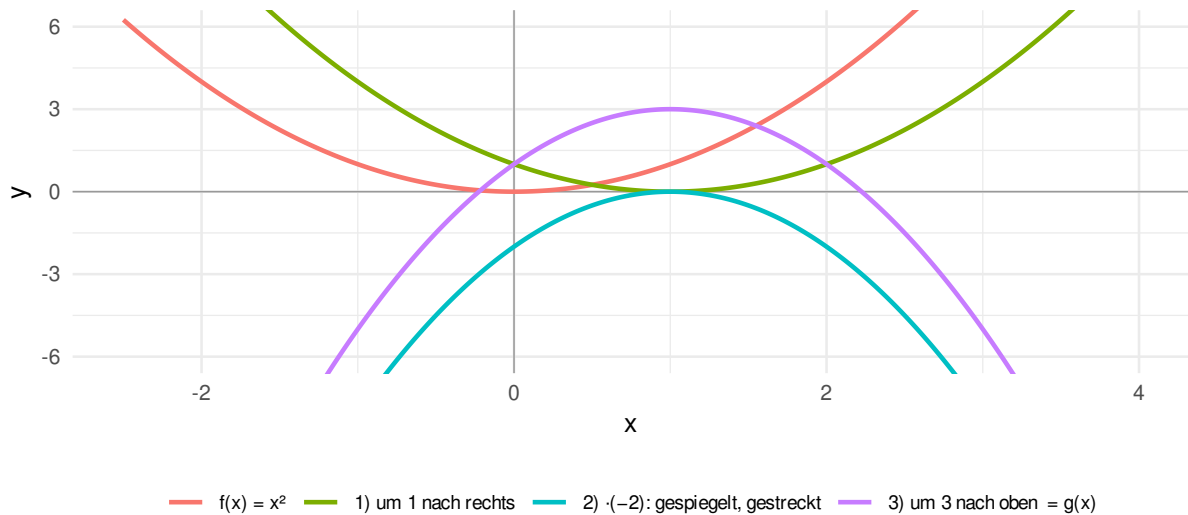


Abbildung 1: Die vier Schritte von $f(x) = x^2$ zu $g(x) = -2 \cdot f(x - 1) + 3$

Aufgaben

Aufgabe 1

Gegeben ist $f(x) = x^2$ und $g(x) = f(x - 3) + 2$.

- Beschreibe in Worten, wie der Graph von g aus dem von f entsteht.
- Gib $g(x)$ als ausmultiplizierten Term an.
- Wo liegt der Scheitelpunkt von g ?

Aufgabe 2

Beschreibe jeweils, wie der Graph von g aus dem von f hervorgeht:

- $g(x) = f(x) + 4$
- $g(x) = f(x + 2)$
- $g(x) = -f(x)$
- $g(x) = f(-x)$
- $g(x) = 3 \cdot f(x)$
- $g(x) = f(2x)$

Aufgabe 3

Der Graph von $f(x) = x^3$ wird nacheinander

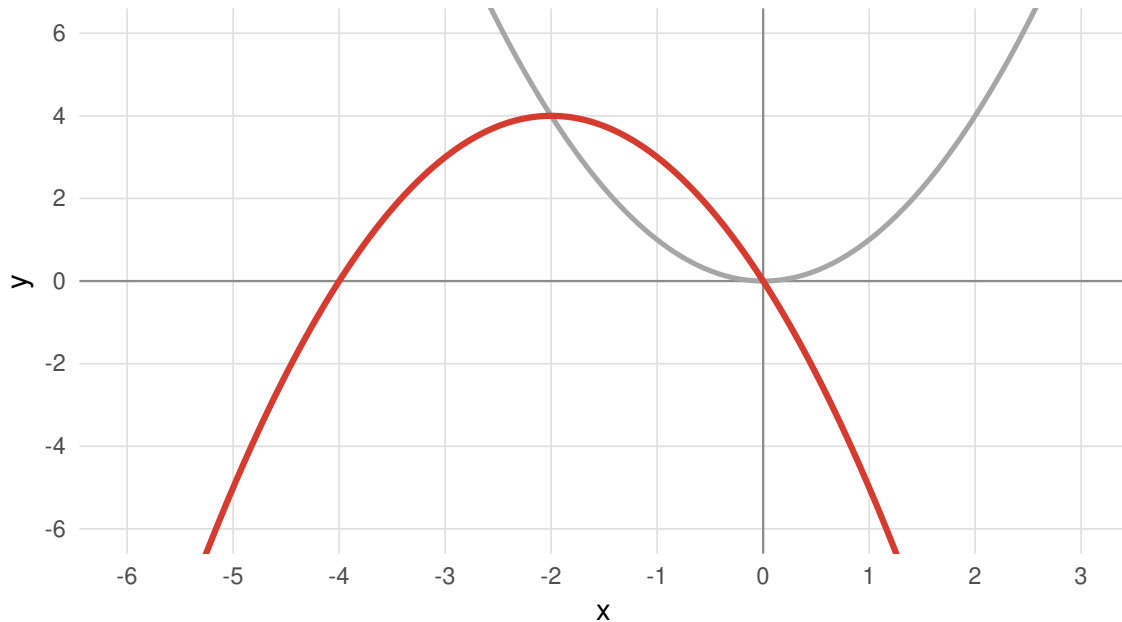
- um 1 nach links verschoben,
- in y -Richtung mit dem Faktor 2 gestreckt,
- an der x -Achse gespiegelt,
- um 4 nach unten verschoben.

Aufgaben

Gib den Term der entstehenden Funktion g an.

Aufgabe 4

Der abgebildete Graph von g (rot) entsteht aus $f(x) = x^2$ (grau) durch Transformationen. Lies aus der Zeichnung ab, welche das sind, und gib $g(x)$ an.



Aufgabe 5

Gegeben ist $f(x) = \sin x$ und

$$g(x) = 2 \cdot f\left(3\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) - 1$$

Beschreibe alle vier Transformationsschritte in der richtigen Reihenfolge und gib Wertemenge und Periode von g an.

Aufgabe 6

Gegeben ist $f(x) = x^2$ und $g(x) = f(2x - 6)$.

- Um wie viel wird in x -Richtung verschoben — um 6 oder um 3? Begründe durch Umformen.
- Gib den Scheitelpunkt von g an.
- Bestimme entsprechend Scheitelpunkt und Streckfaktor von $h(x) = f(-3x + 12)$.

Aufgabe 7

Gegeben ist $f(x) = x^2$ und

$$g(x) = 0,001 \cdot f(1000(x - 2026)) + 10^6$$

Beschreibe die Transformationen, gib $g(x)$ vereinfacht an und bestimme den Scheitelpunkt.

Aufgabe 8

Gegeben ist $f(x) = \sin x$ und

$$g(x) = 500 \cdot f\left(\frac{1}{10^4}(x + 10^7)\right) - 500$$

Bestimme Amplitude, Periode, Verschiebung und Wertemenge von g .

Lösungen

Lösung 1

- a) Der Graph wird um 3 nach **rechts** und um 2 nach **oben** verschoben.
 - b) $g(x) = (x - 3)^2 + 2 = x^2 - 6x + 9 + 2 = x^2 - 6x + 11$
 - c) Scheitelpunkt: $S(3 \mid 2)$
-

Lösung 2

- a) Verschiebung um 4 nach oben
 - b) Verschiebung um 2 nach **links** (das Vorzeichen wirkt umgekehrt)
 - c) Spiegelung an der x -Achse
 - d) Spiegelung an der y -Achse
 - e) Streckung in y -Richtung mit Faktor 3 (Graph wird steiler)
 - f) Stauchung in x -Richtung mit Faktor $\frac{1}{2}$ (Graph wird schmaler)
-

Lösung 3

Schritt für Schritt:

- 1. $f(x + 1) = (x + 1)^3$
- 2. $2(x + 1)^3$
- 3. $-2(x + 1)^3$
- 4. $-2(x + 1)^3 - 4$

$$g(x) = -2(x + 1)^3 - 4$$

Lösung 4

Ablesbar aus dem Bild:

- Der Scheitel liegt bei $(-2 \mid 4)$ statt bei $(0 \mid 0) \rightarrow$ Verschiebung um 2 nach links und 4 nach oben.
- Die Parabel ist nach unten geöffnet $\rightarrow$ Spiegelung an der x -Achse, also $a < 0$.

Lösungen

- Sie ist genauso weit wie die Normalparabel (von der Scheitelstelle aus 1 nach rechts und 1 nach unten) $\rightarrow |a| = 1$.

$$g(x) = -(x + 2)^2 + 4$$

Lösung 5

Reihenfolge innen nach außen:

1. **Stauchung in x -Richtung** mit Faktor $\frac{1}{3}$ (wegen $b = 3$)
2. **Verschiebung um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts**
3. **Streckung in y -Richtung** mit Faktor 2
4. **Verschiebung um 1 nach unten**

Periode: $T = \frac{2\pi}{3}$

Wertemenge: $\sin$ liefert $[-1, 1]$, mal 2 ergibt $[-2, 2]$, minus 1 ergibt

$$W = [-3, 1]$$

Lösung 6

a) Erst b ausklammern:

$$g(x) = f(2x - 6) = f(2(x - 3))$$

Also Verschiebung um 3 nach rechts (nicht um 6), zusätzlich Stauchung mit Faktor $\frac{1}{2}$.

b) $g(x) = (2(x - 3))^2 = 4(x - 3)^2$, Scheitelpunkt $S(3 \mid 0)$.

c) $h(x) = f(-3x + 12) = f(-3(x - 4)) = 9(x - 4)^2$

Scheitelpunkt $S(4 \mid 0)$, Stauchung in x -Richtung mit Faktor $\frac{1}{3}$, zusätzlich Spiegelung an der y -Achse (bei der Parabel wegen ihrer eigenen Symmetrie nicht sichtbar).

Lösung 7

Transformationen: Stauchung in x -Richtung mit Faktor $\frac{1}{1000}$, Verschiebung um 2026 nach rechts, Stauchung in y -Richtung mit Faktor 0,001, Verschiebung um 10^6 nach oben.

Vereinfachen:

$$g(x) = 0,001 \cdot 1000^2 (x - 2026)^2 + 10^6 = 1000 (x - 2026)^2 + 10^6$$

Scheitelpunkt: $S(2026 \mid 10^6)$

Genau dasselbe Vorgehen wie in Aufgabe 1 — nur die Zahlen sind unhandlich.

Lösung 8

Ablesen der Parameter: $a = 500$, $b = 10^{-4}$, $c = -10^7$, $d = -500$.

- **Amplitude:** $|a| = 500$
- **Periode:** $T = \frac{2\pi}{b} = 2\pi \cdot 10^4 \approx 62\,832$
- **Verschiebung:** 10^7 nach links, 500 nach unten
- **Wertemenge:** $[-500 - 500, 500 - 500] = [-1000, 0]$

Die Funktion schwingt also unterhalb der x -Achse und berührt sie an ihren Maxima.