

Exponentialfunktionen — Aufgaben

Klasse 10

2026-03-15

Grundidee

Eine Exponentialfunktion $f(x) = b \cdot a^x$ beschreibt Größen, die sich pro Schritt mit demselben Faktor a multiplizieren. b ist der Wert bei $x = 0$. Für $a > 1$ wächst die Funktion, für $0 < a < 1$ fällt sie. Um Werte zu berechnen, setzt man x ein; um den Funktionsterm aus zwei Punkten zu bestimmen, bildet man den Quotienten der Funktionswerte.

Aufgaben

Aufgabe 1

Gegeben ist $f(x) = 2^x$.

- Berechne $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(-1)$, $f(-2)$.
 - Um welchen Faktor ändert sich $f(x)$, wenn x um 1 zunimmt?
 - Für welches x gilt $f(x) = 32$?
-

Aufgabe 2

Gegeben ist $g(x) = 5 \cdot 3^x$.

- Bestimme den Anfangswert und den Wachstumsfaktor.
 - Berechne $g(2)$ und $g(-1)$.
 - Für welches x gilt $g(x) = 135$?
-

Aufgabe 3

Eine Exponentialfunktion $f(x) = b \cdot a^x$ verläuft durch die Punkte $P(0|4)$ und $Q(3|32)$.

- Bestimme b und a .
- Gib den Funktionsterm an.
- Berechne $f(5)$.

Aufgaben

Aufgabe 4

Ein radioaktiver Stoff zerfällt gemäß $h(t) = 80 \cdot (0,75)^t$ (Menge in Gramm, t in Stunden).

- Wie viel Gramm sind nach 4 Stunden vorhanden?
 - Um wie viel Prozent nimmt die Menge pro Stunde ab?
 - Liegt Wachstum oder Zerfall vor? Begründe anhand von a .
-

Aufgabe 5

Zwei Funktionen: $f(x) = 2 \cdot 3^x$ und $g(x) = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

- Berechne $f(2)$ und $g(2)$.
 - Für welches x gilt $f(x) = g(x)$? (*Hinweis: Schreibe g mit der Basis 3.*)
 - Skizziere beide Graphen (grob).
-

Aufgabe 6 (absurd)

Gegeben ist $f(x) = 10^{-50} \cdot (1,000001)^x$.

- Berechne $f(0)$.
 - Das Verfahren ist identisch zu Aufgabe 1. Für welches x gilt $f(x) = 1$?
 - Für welches x gilt $f(x) = 10^{50}$?
-

Aufgabe 7 (absurd)

Eine Funktion $f(x) = b \cdot a^x$ verläuft durch $P\left(0 \mid \frac{1}{2^{100}}\right)$ und $Q(100 \mid 1)$.

- Bestimme b und a .
 - Gib $f(200)$ an.
 - Handelt es sich um Wachstum oder Zerfall?
-

Lösungen

Lösung 1

- a) $f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 8, f(-1) = \frac{1}{2}, f(-2) = \frac{1}{4}$
b) Pro Schritt Faktor 2 (Verdopplung).
c) $2^x = 32 = 2^5 \Rightarrow x = 5$
-

Lösung 2

- a) Anfangswert $b = 5$, Wachstumsfaktor $a = 3$.
b) $g(2) = 5 \cdot 9 = 45; g(-1) = 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$
c) $5 \cdot 3^x = 135 \Rightarrow 3^x = 27 = 3^3 \Rightarrow x = 3$
-

Lösung 3

- a) $P(0 | 4) \Rightarrow b = 4$.
 $Q(3 | 32): 4 \cdot a^3 = 32 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$
b) $f(x) = 4 \cdot 2^x$
c) $f(5) = 4 \cdot 32 = 128$
-

Lösung 4

- a) $h(4) = 80 \cdot (0,75)^4 = 80 \cdot 0,3164 \dots \approx 25,3$ g
b) $a = 0,75 = 1 - 0,25$: Abnahme um 25 % pro Stunde.
c) Da $0 < a = 0,75 < 1$: exponentieller **Zerfall**.
-

Lösung 5

- a) $f(2) = 2 \cdot 9 = 18; g(2) = 18 \cdot \frac{1}{9} = 2$
b) $g(x) = 18 \cdot 3^{-x}$. Gleichung: $2 \cdot 3^x = 18 \cdot 3^{-x}$
 $3^{2x} = 9 = 3^2 \Rightarrow x = 1$
Probe: $f(1) = 6, g(1) = 6$
c) f wächst (Basis $3 > 1$), g fällt (Basis $\frac{1}{3} < 1$); Schnittpunkt bei $x = 1$.

Lösung 6

a) $f(0) = 10^{-50} \cdot 1 = 10^{-50}$

b) $10^{-50} \cdot (1,000001)^x = 1$

$(1,000001)^x = 10^{50}$

$$x = \log_{1,000001}(10^{50}) = \frac{50 \cdot \ln 10}{\ln(1,000001)} \approx \frac{115,13}{0,000001} = 115\,129\,254$$

Das Verfahren ist exakt dasselbe wie bei Aufgabe 1c — nur mit ungewöhnlicheren Zahlen.

c) Analog: $x = \frac{100 \cdot \ln 10}{\ln(1,000001)} \approx 230\,258\,509$

Lösung 7

a) $P(0 | \frac{1}{2^{100}}) \Rightarrow b = 2^{-100}$

$Q(100 | 1): 2^{-100} \cdot a^{100} = 1 \Rightarrow a^{100} = 2^{100} \Rightarrow a = 2$

b) $f(200) = 2^{-100} \cdot 2^{200} = 2^{100}$

c) $a = 2 > 1$: **Wachstum** — trotz winzigem Startwert.